

マスクの解析学ノート 03 数列

大盛マスク

2017年5月28日



マスクの資料保管庫

<http://worldinfo.wicurio.com/>

TwitterID : @Uton_YaYuYo

これは未完成稿ですが、中間テストが近いので暫定公開します。

1 数列、部分数列の定義の注意

高校と定義が微妙に異なる。

高校のときは、数列、部分数列はともに有限個の数列を認めていたが、解析の教科書だと無限個の数列・部分数列のみが議論されている。

よって、何も言わなくても、無限に続いていると考えるべし。

2 数列の極限パターン分け

- 収束
 - － 「ずっと一定」
 - － 「ある値に収束」
- 発散
 - － 「 ∞ に発散する」
 - － 振動
 - * 「規則的に行き来する」
 - * 「不規則に行き来する」

なお、これ以降、数列を a_n とし、収束する場合は値を a とする。

また、「不規則に行き来する」パターンはまだ考えてません。

3 ある値に収束する ($\epsilon - N$ 論法)

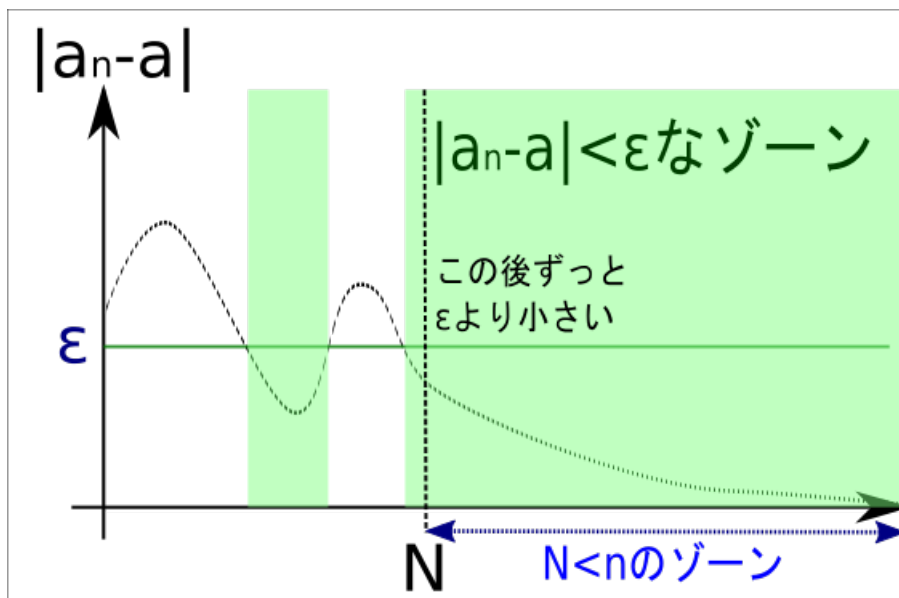


図1 ある値に収束する

3.1 $\lim_{x \rightarrow \infty} a_n = a$ の証明：定型文

任意な $\epsilon > 0$ に対して、

1つの自然数を $N > \square$ となるようにとれば、

$n > N$ ならば、 $|a_n - a| = \square$ の式 $< \square$ の式 $< \epsilon$

4 $+\infty$ に発散する

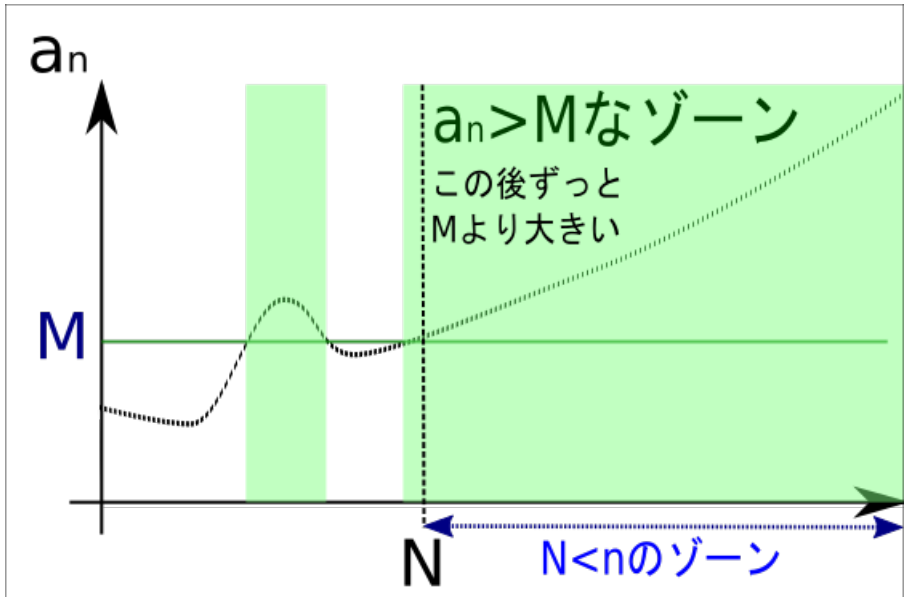


図2 $+\infty$ に発散する

4.1 a_n が ∞ に発散する証明：定型文

任意な $M > 0$ に対して、

1つの自然数を $N > \square$ となるようにとれば、

$n > N$ ならば、 $a_n = \square$ n の式 $> \square$ N の式 $> M$

4.2 $-\infty$ に発散する

$-a_n$ が $+\infty$ に発散することを証明する。

5 規則的に振動する

$$|a_{n+b} - a_n| = c (c \in \mathbf{R})$$

となるような数列を考える。

$$a_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow +\infty)$$

と仮定すると、

$$a_{n+b} - a_n \rightarrow 0, \quad (b \in \mathbf{Z}) \text{ となるが、}$$

規則的に変化するとき、

$$|a_{n+b} - a_n| = c \text{なので、}$$

$$a_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow +\infty) \text{ に反する。}$$

よって、 a_n は収束しない。

参考文献

- [1] 微分積分学・矢野健太郎・石原繁

6 更新記録

2017年05月25日リリース